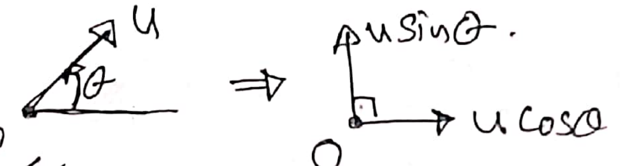
12 ශ්‍රේණිය – M_1 & M_2 – සංයුක්ත ගණිතය.

ප්‍රක්ෂිප්ත: (Projectiles)

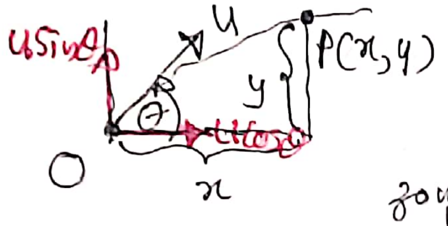
ගුරුත්වජ ත්වරණය යටතේ චලනය වන අංශුවක් ඕනෑම දිශාවකට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන වස්තුවක චලිතය ප්‍රක්ෂිප්ත ලෙස හැඳින්වේ.

යම් වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන දිශාව හා තිරස් තලය අතර කෝණය, එම ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය ලෙස හැඳින්වේ.

යම් වස්තුවක ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය θ යැයි, ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය u ද යැයි ගනිමු.



ප්‍රක්ෂිප්තයක පථයේ සමීකරණය ලබා ගැනීම.



ප්‍රක්ෂිප්තයේ පථයේ පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $P(x,y)$ යැයි, එම ස්ථානයට ගතවන කාලය t යැයි ගනිමු.

ඉහළට සිරස් චලිතය සඳහා $\uparrow \ s = ut + \frac{1}{2}at^2$

එවිට $y = u\sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2$ —— ①

තිරස් චලිතය සඳහා $\rightarrow \ s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

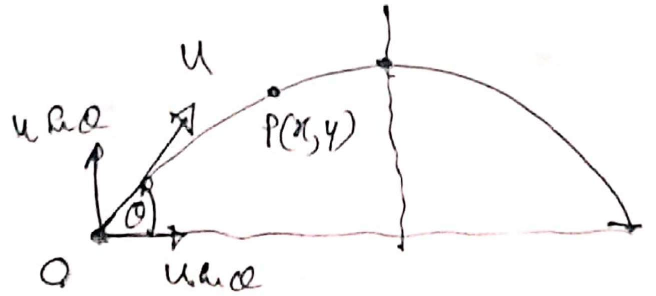
$x = u\cos\theta\, t$ —— ② $\Rightarrow t = \frac{x}{u\cos\theta}$

① හා ② න් t ඉවත් කිරීමෙන්

$$y = u\sin\theta \cdot \frac{x}{u\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{u\cos\theta}\right)^2$$

$$\therefore y = x\tan\theta - \frac{1}{2}\frac{gx^2}{u^2}\sec^2\theta \quad \text{—— ③}$$

මෙය $y = ax - bx^2$ ආකාර බැවින් පරාවලයක නිරූපණය කරයි. එනම් ප්‍රක්ෂිප්තයක පථය පරාවලයකි.



Scanned with CamScanner

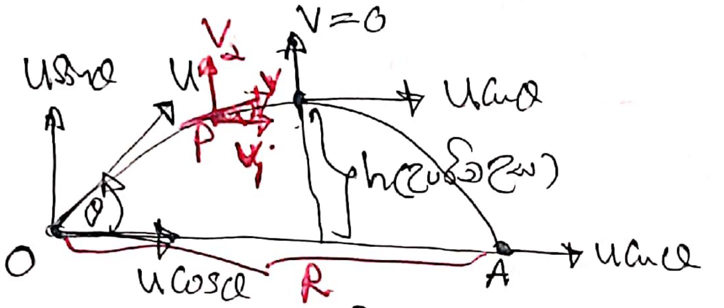
③ සමීකරණය ගැන පහත ආකාරයම සකස් කළ හැක.

$$y = x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2u^2}(1+\tan^2\alpha)$$

$$gx^2\tan^2\alpha - 2xu^2\tan\alpha + 2yu^2 + gx^2 = 0$$

මෙය $\tan\alpha$ හි වර්ග සමීකරණයකි. එබැවින් $\tan\alpha$ සඳහා මූලයන් දෙකක් පවතී.

* ප්‍රක්ෂිප්තය චලනය වන විට ප්‍රවේගයේ සිරස් විභේදන කොටස ක්‍රමයෙන් අඩුවී ශුන්‍ය වේ, සිරස් විභේදන කොටස ශුන්‍ය වූ විටෙක්, උපරිම උසට ළඟාවේ.



එබැවින් ප්‍රක්ෂිප්තයේ සිරස් චලිතය සලකා ↑ $v^2=u^2+2as$ ඇසුරින් උපරිම උස සෙවිය හැක.

$$\uparrow \; 0 = (u\sin\alpha)^2 - 2gh$$

$$h = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$$

උපරිම උසට ළඟාවීමට ගතවන කාලය t නම්

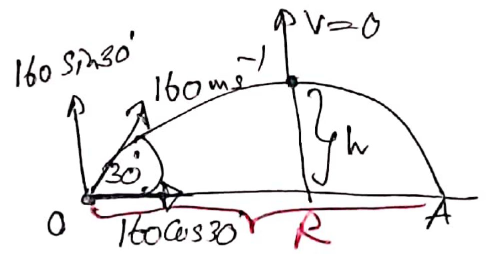
$$\uparrow \; v = u + at$$

$$0 = u\sin\alpha - gt$$

$$t = \frac{u\sin\alpha}{g}$$

O සිට A දක්වා දුර තිරස් පරාසය ලෙස හැඳින්වේ.

උදා: ① (Tute)



$$\uparrow \; v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = (160\sin 30)^2 - 2\times 10\times h$$

$$h = \frac{80\times 80}{20} = 320\,m$$

$$\uparrow \; v = u + at$$

$$0 = (160\sin 30) - 10t$$

$$t = \frac{80}{10} = 8\,s$$

$\rightarrow \; S = ut + \frac{1}{2}at^2$

ප්‍රශ්නවල $R = 160\cos 30 \times 8 \times 2 = 1280\sqrt{3}\,m$

[*Tute සඳහා ගණන් හදන්න]

— චමින්ද සර්. —

Scanned with CamScanner

ප්‍රශ්න පත්‍ර.

සංයුක්ත ගණිතය - 12 ශ්‍රේණිය $M_{1}14_{2}$ නිබන්ධනය 01

(1). තිරසට 30° ක කෝණයකින් ආනතව $160ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන වස්තුවක් නගින උපරිම උස , උපරිම උස නැගීමට ගතවන කාලය සහ තිරස් පරාසය සොයන්න.

(2). $30ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන වස්තුවක තිරස් පරාසය 45m කි. ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයන්න.

(3). ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය 30° ක් වන ලෙස $50ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කල වස්තුවක් තත්. 2 කට පසු ප්‍රවේගයත් , චලනය වන දිශාවත් සොයන්න.

(4). තිරස සමග 30° ක කෝණයක් සාදමින් $80ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කල වස්තුවක් 5 m සිරස් උසක් ගමන් කිරීමෙන් පසු චලනය වන ප්‍රවේගය සහ දිශාව සොයන්න.

(5). 320m ක් උස කඳු මුදුනක සිට $100ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් වස්තුවක් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. වස්තුව බිම පතිත වීමට ගතවන කාලයද , බිම පතිත වන ස්ථානයට කඳු පාමුල සිට ඇති දුරද සොයන්න.

(6). කඳු මුදුනක සිට $80 ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේපණය කල වස්තුවක් බිම පතිත වන්නේ කඳු පාමුලින් 320 m ක් ඈතින්ය. කන්දේ උසත් වස්තුව බිම පතිත වන ප්‍රවේගය සහ දිශාවත් සොයන්න.

(7). 200m ක් උස කඳු මුදුනක සිට තිරසට 30° ක කෝණයකින් ආනතව $30 ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. පියාසර කාලයද , තිරස් පරාසයද සොයන්න.

(8). 1250 m ක් උස කඳු මුදුනක සිට තිරසට 30° ක කෝණයකින් ආනතව $150 ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් පහලට ප්‍රක්ෂේපණය කල වස්තුවක තිරස් පරාසය සහ පියාසර කාලය සොයන්න.

(9). $2\sqrt{5} kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් තිරස් තලයක ගමන් කරන ප්‍රහාරක යානාවක සිට සිරුවෙන් බෝම්බයක් හෙලනු ලැබේ. යානාව ගමන් කරන තිරස් තලයට ඇති උස 1 km ක් නම් ඉලක්කයට කොපමණ ඈතදී බෝම්බය හෙලිය යුතුද?.

(10) පොළවේ සිට 500m ක් ඉහලින් , $200kmh^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව පියාසර කරන ගුවන් යානයක සිට , අනතුරකින් පීඩිතයන්ට ලැබෙන පරිදි ආහාර ද්‍රව්‍ය පාර්සලයක් අත හැරීමට අදහස් කරනු ලැබේ. පාර්සලය අත හැරිය යුත්තේ නියමිත ස්ථානයට කොපමණ තිරස් දුරක් තිබියදීද?.

(11). $40\sqrt{3}ms^{-1}$ ක නියත ප්‍රවේගයකින් තිරස් තලයක ගමන් කරන ප්‍රහාරක යානාවක සිට තිරසට 30° ක කෝණයකින් ආනතව අටවා ඇති තුවක්කුවකින් $250ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් උණ්ඩයක් ඉහලට විදිනු ලැබේ. උණ්ඩය විදීම නිසා ගැස්සීමක් ඇති නොවන්නේ නම්ද , යානය සිරස්ව 270m ක් ඉහලින් පියාසර කරන්නේ නම්ද, නැතිකලා පොලවේ ඇති ඉලක්කයක උණ්ඩය වැදීමට එය ප්‍රක්ෂේපණය කල යුත්තේ කොපමණ තිරස් දුරකදීද? උණ්ඩය බිම වදින ප්‍රවේගය සහ දිශාව සොයන්න.

(12). තිරස සමග $\tan^{-1}(3/4)$ ක කෝණයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද වස්තුවක් , ප්‍රක්ෂේපණ ස්ථානයෙන් 32 m ක් දුරින් පිහිටි 20 m ක් උස බිත්තියක් යන්තමින් ගැටී නොගැටී ගමන් කරයි. ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය සොයන්න.

(13). ක්‍රීඩකයෙක් A ලක්ෂ්‍යයක සිට $12 ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් බෝලයක් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. 8m ක් ඈතින් පිහිටි 4m ක් උස තාප්පයක් උඩින් යන්තමින් බෝලය යැවීමට හැකි නම් ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයන්න.

(14). වස්තුවක ප්‍රක්ෂේපන ප්‍රවේගයේ තිරස් හා සිරස් විභේදන කොටස් පිලිවෙලින් $30 ms^{-1}$ හා $55ms^{-1}$ වේ. මෙම වස්තුව එක එකක් 50 m ක් උස කණු දෙකක් යන්තමින් ගැටී නොගැටී ගමන් කරයි. කණු දෙක අතර දුර පසු කිරීමට ගතවන කාලයද, කණු දෙක අතර දුරද සොයන්න.

(15). තිරස් පොලවෙන් 120m ක් උස ගොඩනැගිල්ලක මුදුනේ සිට මිනිසෙක් උඩ අතට අදින ලද සිරස් රේඛාව සමග 45° ක කෝණයක් ඇති ව ගලක් විසි කරයි. තත්. 5 කට පසු ගල පොලවේ වැටේ. ගලේ ආරම්භක ප්‍රවේගය සොයන්න. ඉන්පසු එම ලක්ෂ්‍යයේ සිටම මිනිසා තවත් ගලක් තිරස්ව විසි කරයි. ඒ ගලද පලමු ගල වැටුනු ස්ථානයේම වැටේ නම් දෙවන ගලේ ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය සොයන්න.

(16). h උසක සිට ඉහලට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන බෝලයක් , ඊට a තිරස් දුරින්වූ උස h වන බිත්තියක් පසු කිරීමට නම් බෝලයේ ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගයේ අවම අගය $\sqrt{ag}$ බව පෙන්වන්න. මෙම අවස්ථාවේදී බෝලය පතිත වන තැනට ඇති තිරස් දුර සොයන්න.

Scanned with CamScanner

(17). තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණ ස්ථානයට a දුරක් ඇතින් පිහිටි උස b වන බිත්තියක යන්තමින් ගැටී යනයේ නම් වස්තුව බිත්තියට $ab/(a\tan\theta-b)$ දුරක් ඇතින් බිම පතිත වන බව පෙන්වන්න.

(18) සිරස් කණුවක් එම සිරස් කණුවේ අඩිය හරහා යන තිරස් තලය මත A ලක්ෂ්‍යයේදී α කෝණයක් ආපාතනය කරයි. A වල සිට තිරසත් සමග θ_1 හා θ_2 කෝණ සාදන දිශා ඔස්සේ A අංශු දෙකක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. පලමු අංශුව කණුවේ ඉහලම ලක්ෂ්‍යයේ වැදෙන විට දෙවන අංශුව කණුවේ පහල කෙලවරේ වදී. $\tan\theta_1-\tan\theta_2=\tan\alpha$ බව සාධනය කරන්න.

(19). තිරස් බිමට h උසකින් පිහිටි ස්ථානයක සිට තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව ප්‍රක්ෂේපණය කල වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණ ස්ථානයෙන් a දුරකින් බිම පතිත වේ. එය නගින උපරිම උස b නම්, $a^2\tan^2\theta/4(b-h)-a\tan\theta-h=0$ බව පෙන්වන්න.

(20). O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට a දුරකින් පිහිටි උස b වන බිත්තියක් පසුකර යාමට හැකි වනසේ ගලක් ප්‍රක්ෂේපණය කල යුතු අවම ප්‍රවේගය $(g(b+(b+a)^{1/2}))^{1/2}$ බව පෙන්වන්න. එවිට $\tan\alpha=w^2/ga$ බවද, තිරස් පරාසය $2w^4a/(g^2a^2+w^4)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි w යනු ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගයද α යනු w අවම අගයේදී ප්‍රක්ෂේපණ කෝණයයි.

(21). ජල කටාරයක ජල මට්ටමට 6 m ක් ඉහලින් පිහිටා ඇති ජල මලකින් $10\ ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් සෑම දිශාවටම ජලය විහිදේ. ජලය විහිදෙන කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(22) පොලවට h උසකින් පිහිටි වතුර මලකින් සිරසට θ කෝණයකින් ආනත දිශාවක් ඔස්සේ විහිදෙන ජල පහරක ප්‍රවේගය $\sqrt{gk\cos\theta}$ නම් මලෙන් විහිදෙන වතුර අපතේ නොයන පරිදි එකතු කර ගැනීම සඳහා බැඳිය යුතු පොකුනේ අරීය විශ්කම්භය $\{ak(k+\sqrt{k^2+h^2})\}^{1/2}$ බව පෙන්වන්න.

(23). මිනිසෙක් තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව U ප්‍රවේගයෙන් ගලක් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. ඊට තත්. t කාලයකට පසුව තිරසට α කෝණයකින් ආනතව v ප්‍රවේගයෙන් තවත් ගලක් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. ගල් දෙක ගැටේ නම් $t=2UV\sin(\theta-\alpha)/(g(V\cos\alpha+U\cos\theta))$ බව පෙන්වන්න.

(24). කන්දක මුදුනෙහි සිටින මිනිසෙක් උඩු අත් සිරස සමග α කෝණයක් සාදන දිශාවක් ඔස්සේ u ප්‍රවේගයෙන් ගලක් විසි කරයි. T ප්‍රාන්තරයකට පසු ඔහු එම ස්ථානයේම සිට උඩු අත් සිරස සමග $\alpha+\pi/2+\theta$ කෝණයක් සාදන දිශාවක් ඔස්සේ, පලමු ගල චලනය වන තලයෙහිම v ප්‍රවේගයෙන් තවත් ගලක් විසි කරයි. ගල් දෙක ගැටේ නම් $u\sin\alpha<v\cos(\theta+\alpha)$ විට, $T=2uv\cos\theta/(g(v\cos(\theta+\alpha)+u\sin\alpha))$ බව පෙන්වන්න. (81 AL)

(25) අංශුවක් තිරස් තලයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යක සිට U ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. $u^2-(\frac{gd}{u})^2<2gh$ නම්, d දුරකින් පිහිටි උස h වූ බැම්මකට උඩින් අංශුවට යා නොහැකි බව පෙන්වන්න. තිරසට α ආනතියක් සහිත තලයක් මත වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ a දුරකින් ඉහලින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යක් පසුකර යාමට තිබිය යුතු u හි අවම අගය ඒ තඩින් ලබා ගන්න. ($(a(1+\sin\alpha)g)^{1/2}$)

(26). ගුවන් යානයක් v ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් h නියත උසකින් පියාසර කරයි. ගුවන් යානය තුවක්කුවට හරි කෙලින් ඉහලින් ගමන් කල පසු තුවක්කුවේ සිට පෙනෙන පරිදි ආරෝහණ කෝණය α වන අවස්ථාවේ කෙලින්ම යානයට එල්ල වනසේ තුවක්කුවෙන් වෙඩිල්ලක් පත්තු කරනු ලැබේ. වෙඩිල්ලේ ආරම්භක ප්‍රවේගය $kv\sec\alpha\ (k>1)$ ද නම් $\alpha=\tan^{-1}[\frac{1}{v}(gh/2(k-1))^{1/2}]$ වුවහොත් උණ්ඩය යානයේ වදිනබව පෙන්වන්න.

(27). පොලව මට්ටමේ වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. $u^2<g[(d+h)^{1/2}+h]$ නම් ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට d දුරින් වූ h උස තාප්පයක් උඩින් එයට යාමට නොහැකි බව පෙන්වන්න. තිරසට කෝණයක් ආනත තලයක වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ ඉහල දෙසට දුරක් යාම සඳහා තලයේ වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුව ප්‍රක්ෂේප කල යුතු අවම ප්‍රවේගය සොයන්න. (74 AL)

(28). තිරසට ආනතව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන වස්තුවක් 20m ක් උස කණුවක යන්තමින් ගැටීගෙන යාමට තත්. 1ක් ගනී. වස්තුව බිම පතිත වන්නේ කණුවට 120m ක් ඇතින් නම්, ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයන්න.